

CÁLCULO Y COLOCACIÓN DE UN GNOMON POLAR EN UNA FACHADA VERTICAL DECLINANTE

Miguel Ángel López Moreno

El gnomon o estilete debe colocarse paralelo al eje de rotación de la Tierra. De esa manera el Sol gira aparentemente en torno a él y las cosas cuadrarán.

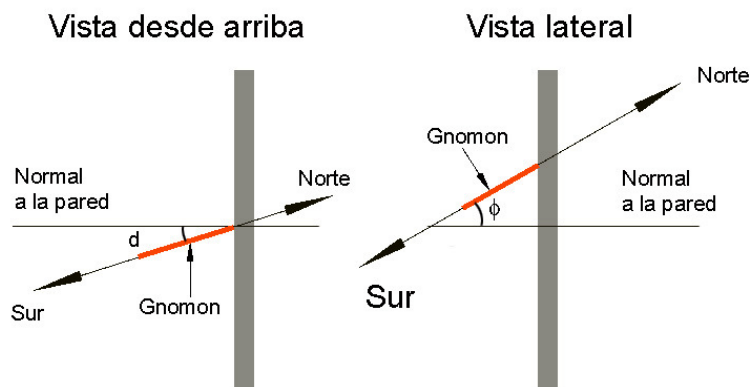


Figura 1

Si la pared donde se labra el reloj de sol no está en el ecuador terrestre, habrá que tener en cuenta la latitud del lugar e inclinar el gnomon ese ángulo para mantener la dirección norte-sur. (Dibujo de la derecha).

En la figura 2, sea el plano OAB la pared vertical. El ángulo $\angle AG'O = \angle AGO$ es la latitud Φ . Si la pared estuviese enfrentada al Sur, el gnomon o estilete habría de colocarse perpendicular a ella (sería la hipotenusa OG' del triángulo $G'AO$). Pero en nuestro caso, la pared tiene una declinación δ (ángulo $G'AG$), por tanto, para mantener la correcta orientación del gnomon o estilete hay que girarlo esos grados manteniendo el cateto OA en la disposición vertical y el gnomon OG en la dirección norte-sur.

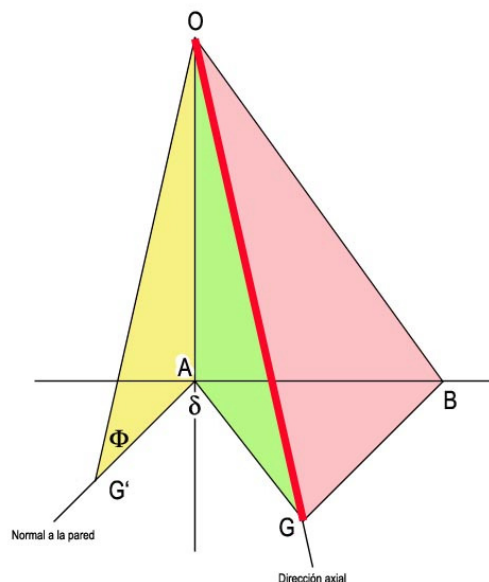


Figura 2

Como técnicamente es difícil engarzar un estilete en esa posición. Es decir, es complicado colocar correctamente el triángulo rectángulo OAG, donde OG sea el gnomon o estilete (lo llamaremos g), se opta por construir un triángulo rectángulo (OBG), tal que colocado

perpendicular a la pared, en sobre la línea OB llamada subestimar, la hipotenusa coincide con OG, el gnomon.

Para la correcta colocación es este nuevo gnomon, por tanto, es necesario calcular dos nuevos parámetros:

- 1.- El ángulo β (AOB), llamado ángulo de la línea OB, llamada línea subestimar
- 2.- Y la llamada "altura del estilete", es decir, el ángulo α (GOB)

Con ambos parámetros podremos colocar correctamente el gnomon polar.

CÁLCULOS:

En el triángulo equilátero AOG resulta:

$$OA = g \cdot \sin \phi$$

$$AG = g \cdot \cos \phi$$

En el triángulo equilátero ABG, normal a la pared, resulta:

$$AB = g \cdot \cos \phi \cdot \sin \delta$$

$$GB = g \cdot \cos \phi \cdot \cos \delta$$

En OBG, rectángulo resulta:

$$\sin \beta = GB/g = \cos \phi \cdot \cos \delta$$

En OAB, rectángulo resulta:

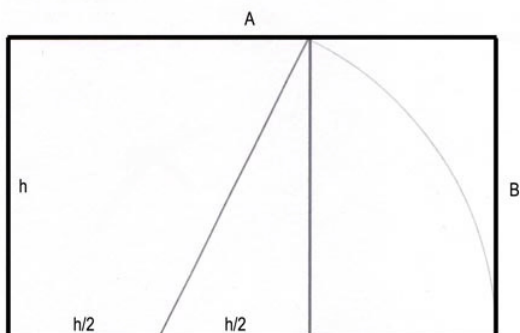
$$\tan \alpha = AB/AO = \sin \delta / \tan \phi$$

Por tanto:

$$\beta = \arcsin[\cos \phi \cdot \cos \delta]$$

$$\alpha = \arctan[\sin \delta / \tan \phi]$$

DIMENSIONES DEL CUADRANTE DEL RELOJ DE SOL

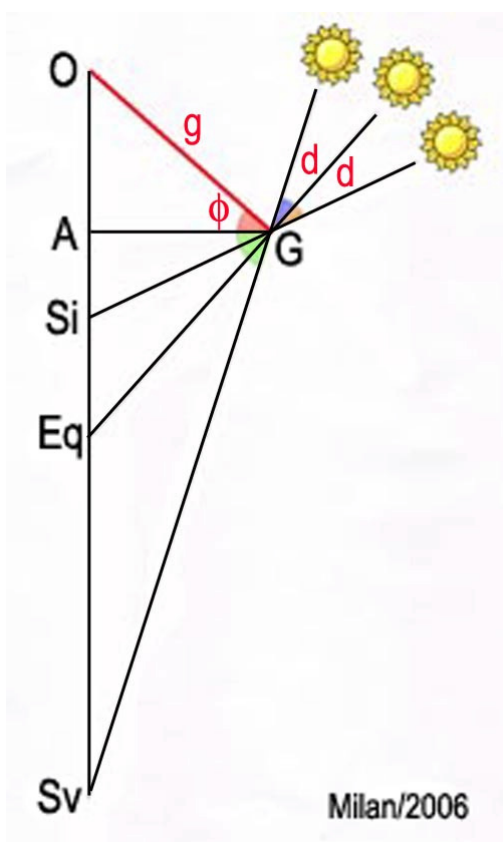


Razón aurea: $A/B = 1'61803\dots$

Por decisión personal, quiero que sea un Rectángulo Áureo. Por tanto la relación de sus dimensiones cumplirá:

$$A/B = 1'6183\dots$$

DIBUJO Y CÁLCULO DE LA ALTURA TOTAL DE LAS SOMBRAS EN FUNCIÓN DE LA LONGITUD DEL GNOMON POLAR EN EL SUPUESTO DE UN CUADRANTE VERTICAL EXACTAMENTE MERIDIONAL



DATOS:

g es la longitud de un gnomon polar que se inserta en la pared en el punto O.

El Sol alcanza la altura máxima a mediodía del solsticio de verano. Ese día producirá la sombra más alargada: OSv

$d = 23,5^\circ$, es la inclinación del eje terrestre respecto del plano de la órbita del planeta en torno al sol (plano de la eclíptica)

ϕ es la latitud del lugar.

La sombra equinoccial es perpendicular al gnomon polar. Es decir: EqG es perpendicular a OG

En el triángulo rectángulo OGA resulta:

$$OA = g \cdot \sin \varphi / AB = g \cdot \cos \varphi$$

En el triángulo BASv resulta:

$$\operatorname{tag}(90 - \varphi + d) = AS / AB$$

$$ASv = g \cdot \cos \varphi \cdot \operatorname{tag}(90 - \varphi + d)$$

Por tanto la sombra máxima será:

$$H = OA + ASv. \text{ Es decir:}$$

$$\mathbf{H = g \cdot [\sin \varphi + \cos \varphi \cdot \operatorname{tag}(90 - \varphi + d)]}$$